

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați media aritmetică a numerelor $a = 2(5 - \sqrt{5})$ și $b = 2\sqrt{5}$.
- 5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x - 1) - \log_5 3 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ și $B(6,4)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin(a + b) = \frac{63}{65}$, știind că $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin a = \frac{3}{5}$ și $\sin b = \frac{12}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Determinați numerele reale p pentru care $A \cdot A = pA$.
- 5p c) Determinați matricele $B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$, știind că $\det(A + B) = 0$, unde b este un număr real.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție dată de $x \circ y = -xy + x + y$.
- 5p a) Calculați $1 \circ 2015$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = -(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \circ 5^x = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x$.
- 5p a) Calculați $\int_{-1}^1 x^5 dx$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^5) e^x dx = 1$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $g(x) = \frac{f(x) - x}{x^3}$.