



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2024

Proba E.c)

Matematică M_tehnologic

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test de antrenament

- ◆ *Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul- tehnic, toate calificările profesionale*
- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1 - \frac{3}{5} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}; 24:6:2 = 2$ $\frac{2}{5} + \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{5} - 2 = \frac{2}{5} + \frac{8}{5} - 2 = \frac{10}{5} - 2 = 2 - 2 = 0$	2p 3p
2.	$f(x) + 1 \geq 2x \Leftrightarrow 4 - 3x + 1 \geq 2x$ Rezolvarea și obținerea soluției $x \in (-\infty, 1]$ Finalizarea: $x \in (-\infty, 1] \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0,1\}$.	2p 3p
3.	Condiția de existență: $2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-\frac{3}{2}, \infty)$ $\sqrt{2x + 3} = 5 \Leftrightarrow 2x + 3 = 25$ Rezolvarea ecuației și găsirea soluției $x = 11$, care verifică condiția de existență	2p 3p
4.	$A = \{1,3,5,\dots,29\} \Rightarrow \text{card}A = \frac{29-1}{2} + 1 = 15 \Rightarrow \text{nr. cazurilor posibile} = 15$ Cazuri favorabile: $3,9,15,21,28 \Rightarrow \text{nr. cazurilor favorabile} = 5$ $P = \frac{\text{nr. cazurilor favorabile}}{\text{nr. cazurilor posibile}} \Rightarrow P = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$	2p 3p
5.	Fie M mijlocul segmentului $BC \Rightarrow AM$ mediană $x_M = \frac{-2+0}{2} = -1$ și $y_M = \frac{2-2}{2} = 0 \Rightarrow M(-1,0)$ $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} \Rightarrow AM = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$	2p 3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \text{tg} 45^\circ = 1$ $\sqrt{3}\sin 60^\circ + \sqrt{2}\cos 45^\circ - 3\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + 1 - \frac{3}{2} = 1 = \text{tg} 45^\circ$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - (-1) \cdot (-3) =$ $6 - 3 = 3$	3p 2p
------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------

Probă scrisă la matematică M_tehnologic

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

Test de antrenament



b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 12 & -5 \\ -15 & 7 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 - 5A + 3I_2 = \begin{pmatrix} 12 & -5 \\ -15 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & -5 \\ -15 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 12 - 15 + 3 & -5 + 5 + 0 \\ -15 + 15 + 0 & 7 - 10 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p
c)	$A + xI_2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+x & -1 \\ -3 & 2+x \end{pmatrix}$	3p
	$\det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 3+x & -1 \\ -3 & 2+x \end{vmatrix} = (3+x)(2+x) - 3 = x^2 + 5x + 3$ $x^2 + 5x + 3 = 9 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-6; 1\}.$	2p
2.a)	$(-1) * 3 = 3 \cdot (-1 + 2) \cdot (3 + 2) - 2 =$ $= 3 \cdot 1 \cdot 5 - 2 = 15 - 2 = 13.$	3p 2p
b)	"*" este asociativă pe \mathbb{R} dacă $(x * y) * z = x * (y * z), (\forall)x, y, z \in \mathbb{R}.$	
	$(x * y) * z = 3((x * y) + 2)(z + 2) - 2 = 3[3(x + 2)(y + 2) - 2 + 2](z + 2) - 2 =$ $= 9(x + 2)(y + 2)(z + 2) - 2. (1)$ $x * (y * z) = 3(x + 2)[(y * z) + 2] - 2 = 3(x + 2)[3(y + 2)(z + 2) - 2 + 2] - 2 =$ $= 9(x + 2)(y + 2)(z + 2) - 2. (2)$ Din (1) și (2) rezultă că legea de compoziție "*" este asociativă pe $\mathbb{R}.$	3p 2p
c)	$(x + 4) * (x - 2) = 3(x + 4 + 2)(x - 2 + 2) - 2 = 3(x + 6)x - 2 = 3x^2 + 18x - 2.$ $(x + 4) * (x - 2) \geq 13x \Rightarrow 3x^2 + 18x - 2 \geq 13x \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 \geq 0.$ $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right).$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = [(x^2 - 2x - 2) \cdot e^x]' = (x^2 - 2x - 2)'e^x + (x^2 - 2x - 2)(e^x)' =$ $= (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x - 2)e^x = (x^2 - 4)e^x, x \in \mathbb{R}.$	2p 3p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x - 2) \cdot e^x = (\infty) \cdot 0 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x - 2}{e^{-x}} = \frac{\infty}{\infty} \stackrel{L.H.}{\implies}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 - 2x - 2)'}{(e^{-x})'} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 2}{-e^{-x}} = \frac{-\infty}{-\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - 2)'}{(-e^{-x})'} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^{-x}} = 0.$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției $f.$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x \in \{-2; 2\}, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, f(-2) = 6e^{-2}, f(2) = -2e^2, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty.$ Pentru orice $x \in (-\infty; -2], f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty; -2] \Rightarrow$ $0 < f(x) \leq f(-2) = 6e^{-2}, (\forall)x \in (-\infty; -2]. (1)$ Pentru orice $x \in [-2; 2], f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-2; 2] \Rightarrow$ $f(2) = -2e^2 \leq f(x) \leq f(-2) = 6e^{-2}, (\forall)x \in [-2; 2]. (2)$ Din (1) și (2) rezultă că $-2e^2 \leq f(x) \leq 6e^{-2}, (\forall)x \in (-\infty; 2].$	2p 3p
	2.a)	$\int_2^3 (x + 3) \cdot f(x) dx = \int_2^3 (x + 3) \cdot \frac{2x}{x+3} dx = \int_2^3 2x dx = x^2 \Big _2^3 =$ $= 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5.$
b)	F se obține din operații cu funcții derivabile pe $(-3; \infty)$, deci F este derivabilă pe $(-3; \infty).$	3p

Probă scrisă la matematică $M_{tehnologic}$

Test de antrenament

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.



	$F'(x) = [2x - 6 \ln(x + 3) + 10]' = 2 - 6 \cdot \frac{1}{x+3} = \frac{2(x+3)-6}{x+3} = \frac{2x}{x+3} = f(x).$ <p>F este funcție derivabilă pe $(-3; \infty)$ și $F'(x) = f(x)$, $(\forall)x \in (-3; \infty)$, de unde rezultă că F este o primitivă a funcției f.</p>	2p
c)	$\int_0^a \left(f(x) - \frac{2x-1}{x+3} \right) dx = \int_0^a \frac{1}{x+3} dx = \ln x+3 \Big _0^a = \ln \frac{a+3}{3}.$ <p>Se rezolvă ecuația $\ln \frac{a+3}{3} = 2$, $a \in (0; \infty)$.</p>	3p
	$e^2 = \frac{a+3}{3} \Rightarrow a + 3 = 3e^2 \Rightarrow a = 3e^2 - 3 \Rightarrow a = 3(e^2 - 1) \in (0; \infty).$	2p